1. **Inférences valides ou invalides**

(1) a. Même un enfant comprendrait la logique
———
La logique est facile

b. Si on est avare et travailleur, on devient riche
Jean est riche et travailleur
———
Jean est avare

c. Si on a une canne, on peut marcher facilement
Quand il pleut, on prend un parapluie
Un parapluie peut servir de canne
———
La pluie facilite la marche

(1a) : Ce syllogisme n'est pas valide : la conclusion ne découle pas nécessairement de la prémisse (pensez à une continuation possible de la prémisse par *si elle était expliquée par ce grand pédagogue*). Il s'agit d'une implicature, déclenchée par *même* (en conjonction avec *comprendrait*).

(1b) : Il s'agit d'un exemple de raisonnement abductif : étant donnés un fait (*Jean est riche*), et une règle générale dont ce fait est la conséquence (*Si Jean est avare, alors Jean est riche*), on déduit l'antécédent de la règle (*Jean est avare*). Ce type de raisonnement n'est pas valide.

(1c) : Ce raisonnement est valide, il est constitué d'une succession d'implications. En traduisant ce raisonnement en logique des prédicats (cf. corrigé de la question 3), on vérifie aisément que la conjonction des prémisses implique matériellement la conclusion. On appelle ce type d'enchaînement une sorite.

2. **Enigme en logique propositionnelle**

Soient P = la porte de droite mène aux appartements de la princesse ; et Q = la porte de droite s'ouvre si on énonce une proposition vraie. On cherche une formule φ, formée à partir de P et Q, telle que φ est vraie si la situation est favorable, et fausse sinon. On doit considérer toutes les valeurs possibles de P et Q.

P	Q	Favorable	(Interprétation)
0	0	1	(gauche $\rightarrow$ princesse et gauche ouvre sur V)
0	1	0	(gauche $\rightarrow$ princesse et droite ouvre sur V)
1	0	0	(droite $\rightarrow$ princesse et gauche ouvre sur V)
1	1	1	(droite $\rightarrow$ princesse et droite ouvre sur V)

Il est facile de s'apercevoir qu'il s'agit de la table de vérité de ($\varphi = P \leftrightarrow Q$). Il faut donc que le prince énonce la proposition : la porte de droite mène aux appartement de la princesse
si et seulement si
elle s'ouvre quand on énonce une proposition vraie

3. **Logique propositionnelle**

C = on a une canne
F = on marche facilement
P = il pleut
A = on prend/a un parapluie

Si on a une canne, on peut marcher facilement	$C \rightarrow F$
Quand il pleut, on prend un parapluie	$P \rightarrow A$
Un parapluie peut servir de canne	$A \rightarrow C$
La pluie facilite la marche	$P \rightarrow F$

4. **Logique des prédicats**

(2) a. Bien que personne ne fasse de bruit, Jean n'arrive pas à se concentrer
$(\forall x(P(x) \rightarrow \neg B(x)) \wedge \neg C(j))$

b. Si personne ne fait de bruit, Jean répondra au moins à une question
$(\forall x(P(x) \rightarrow \neg B(x)) \rightarrow \exists y(Q(y) \wedge R(j,y)))$

c. Tout le monde a menti à quelqu'un dans sa vie
- à la même personne $\exists y \forall x((P(x) \wedge P(y)) \rightarrow M(x,y))$
- pour chaque personne, il y a quelqu'un a qui... $\forall x \exists y((P(x) \wedge P(y)) \rightarrow M(x,y))$

d. Tous les étudiants, sauf Jean, sont présents $\forall x((E(x) \wedge x \neq j) \rightarrow P(x))$
- Autre possibilité, toujours fausse[1] $(\forall x(E(x) \rightarrow P(x)) \wedge \neg P(j))$

e. Aucun enfant ne fait jamais aucune bêtise
- Tout enfant fait des bêtises[2] $\forall x(E(x) \rightarrow B(x))$ $\forall x(E(x) \rightarrow \exists y(B(y) \wedge F(x,y)))$
- Aucun enfant ne fait de bêtise $\forall x(E(x) \rightarrow \neg B(x))$ $\forall x(E(x) \rightarrow \neg \exists y(B(y) \wedge F(x,y)))$

f. Tout le monde a lu un livre de logique
- Un livre a été lu par tout le monde $\exists x \forall y((LdL(x) \wedge P(y)) \rightarrow L(y,x))$
- Tout le monde a lu un livre différent $\forall y \exists x((LdL(x) \wedge P(y)) \rightarrow L(y,x))$

[1] à moins de violer la présupposition que Jean est étudiant.

[2] Première formule : on pose pour simplifier que $B(x)$ = x fait des bêtises. Pour être rigoureux, il faut bien sûr décomposer aussi ce prédicat, c'est fait dans la seconde formule.