

## 2.5 Traduction d'expressions quantifiées

1. **Présupposition et égalité** Russel proposait de représenter au même niveau le contenu présupposé et le contenu asserté d'une proposition. Par exemple, pour *C'est Marcel qui est coupable* on aurait la formule  $\exists x C(x) \wedge C(m)$  (il existe un coupable et Marcel est coupable). De même, pour *Le Roi de France est chauve*, on aurait la formule suivante<sup>3</sup>  $\exists x R d F(x) \wedge \forall y (R d F(y) \rightarrow y = x) \wedge C(x)$ .

Proposer une représentation dans le même esprit pour chacun des énoncés suivants.

- (26)
- a. Jean aussi est venu
  - b. Léa a réussi son ascension
  - c. Seul le facteur est passé
  - d. Paul s'est fait voler sa voiture

2. **Donkey sentences** Les phrases suivantes se caractérisent par le fait que l'indéfini, sous la portée d'une quantification universelle, s'interprète de façon universelle. Cette situation n'est pas surprenante si on connaît l'équivalence entre  $\forall x(\varphi \rightarrow \psi)$  et  $(\exists x\varphi \rightarrow \psi)$  (si  $\psi$  ne contient pas d'occurrence libre de  $x$ ). Sur la base de cette équivalence, proposez pour chaque phrase deux traduction en logique des prédicats équivalentes.

- (27)
- a. Paul se fâche dès que quelqu'un fait du bruit
  - b. Tout le monde se fâche si quelqu'un fait du bruit
  - c. Tous les touristes qui visitent Paris sont riches
  - d. Tous les touristes qui visitent Paris l'aiment
  - e. Tous les touristes qui visitent une ville sont riches
  - f. Tous les touristes qui visitent une ville l'aiment
  - g. Si un fermier possède un âne, il le bat
  - h. Tout le monde est marqué par un amour déçu

3. **Modèles** Soit  $M = \langle U, I \rangle$  le modèle suivant :  $U = \{\text{Alain, Béatrice, Christine, David}\}$ .

$I(a) = \text{Alain}$  ;  $I(b) = \text{Béatrice}$  ;  $I(c) = \text{Christine}$  ;  $I(d) = \text{David}$

$I(H) = \{\text{Alain, David}\}$  ;  $I(F) = \{\text{Christine, Béatrice}\}$

$I(A) = \{\langle \text{Alain, Christine} \rangle, \langle \text{David, Béatrice} \rangle, \langle \text{Alain, David} \rangle\}$

$I(D) = \{\langle \text{Christine, David} \rangle, \langle \text{Alain, Béatrice} \rangle, \langle \text{David, Béatrice} \rangle, \langle \text{Christine, Alain} \rangle\}$

- a.** Évaluez la valeur de vérité des formules suivantes dans ce modèle :

- a.  $D(d, b)$
- b.  $H(d) \wedge D(c, d)$
- c.  $D(d, b) \rightarrow F(a)$
- d.  $H(c) \wedge (H(a) \rightarrow D(a, c))$

- b.** Construisez le modèle  $M' = \langle D, I' \rangle$ , tel que (i)  $M'$  a le même domaine d'individus que  $M$ , (ii)  $I'$  associe la même dénotation que  $I$  aux constantes d'individus, et (iii) les formules suivantes sont vraies dans  $M'$  :

- a.  $H(c) \wedge H(a)$
- b.  $\forall x (H(x) \rightarrow A(x, c))$
- c.  $A(a, c) \rightarrow D(c, a)$
- d.  $\exists x \exists y ((H(x) \wedge F(y) \wedge A(x, y)) \vee (H(x) \wedge F(y) \wedge A(y, x)))$

### 4. Syllogisme

- (a) Traduire les phrases suivantes en logique des prédicats

- (28)
- a. Tout ce que Jean n'a pas perdu, il l'a
  - b. Jean n'a pas perdu un million de francs
  - c. Jean a un million de francs

- (b) Analyser le syllogisme qui consiste à déduire de la conjonction de (28a) et de (28b) la conclusion (28c). Expliquer où se situe l'erreur de raisonnement.

---

<sup>3</sup>La logique avec égalité est nécessaire pour d'exprimer formellement l'unicité.