

A.1 Grammaires régulières et hors-contexte

1. Soit la grammaire régulière suivante :

$$G = \langle \{a, b, c, d\}, \{S, T, V\}, S, \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow aS|bS|cT, \\ T \rightarrow aV|bV|aT|bT|cT|dT, \\ V \rightarrow \varepsilon \end{array} \right\} \rangle.$$

- a. Dessiner un automate (non déterministe) reconnaissant $L_G(S)$.
 b. Déterminer cet automate.

2. Soit la grammaire $\mathcal{G}_2 = \langle \{(,)\}, \{S\}, S, \{S \rightarrow \varepsilon \mid (S)S\} \rangle$. Quel est le langage engendré par cette grammaire ? Soit le mot $((()((())))$. Donner la dérivation gauche, la dérivation droite, et l'arbre syntaxique pour ce mot.

3. Soit la grammaire $S \rightarrow aSb \mid \varepsilon$. Quel est le langage reconnu par cette grammaire ? Comment rendre cette grammaire ε -libre ?

4. Soit la grammaire suivante : $\mathcal{G}_1 = \langle \{a, b\}, \{S\}, S, \{ S \rightarrow aSbS|bSaS|\varepsilon \} \rangle$.

(a) Proposer une grammaire \mathcal{G}_2 ε -libre qui reconnaît le même langage.

(b) Dessiner les deux arbres de dérivation qui correspondent à l'analyse du mot $aabbaabbbaab$ au moyen des deux grammaires \mathcal{G}_1 et \mathcal{G}_2 .

5. Règles simples (ou productions singulières). Transformer la grammaire suivante en grammaire sans règles simples.

$$S \rightarrow AB \mid A ; A \rightarrow aB \mid bA \mid aSb ; B \rightarrow S \mid b$$

6. Donner une grammaire qui reconnaisse le langage L (alphabet $X = \{a, b, c\}$).

$$L = \{w \in X^* / w = a^n b^n c^p ; n > 0 \text{ et } p > 0\}$$

7. Soit la grammaire hors contexte suivante :

$$\begin{array}{ll} S & \rightarrow p \\ p & \rightarrow \text{gn } v1 \text{ que } p \mid \text{gn } v2 \\ \text{gn} & \rightarrow \text{np} \mid \text{det nc} \\ \text{np} & \rightarrow \text{Léa} \mid \text{Luc} \mid \text{Ève} \mid \text{Max} \\ \text{nc} & \rightarrow \text{femme} \mid \text{homme} \mid \text{étudiante} \mid \text{étudiant} \mid \text{fille} \mid \text{garçon} \\ \text{det} & \rightarrow \text{le} \mid \text{la} \mid \text{l'} \\ v1 & \rightarrow \text{pense} \mid \text{croit} \mid \text{voit} \mid \text{sait} \mid \text{dit} \mid \text{raconte} \\ v2 & \rightarrow \text{se promène} \mid \text{marche} \mid \text{part} \end{array}$$

(a) Donner quatre phrases distinctes reconnues par cette grammaire, contenant respectivement 0, 1, 2 et 3 fois le mot *que*.

(b) Pour quelles raisons ces phrases ne sont-elles pas toutes correctes en français ? Comment modifier la grammaire pour corriger cela ?

(c) Donner l'arbre de dérivation de *Luc sait que la femme croit que Léa part*.

8. Trouver une grammaire quadratique équivalente à la grammaire suivante :

$$\begin{array}{l} S \rightarrow aAB \mid BA \\ A \rightarrow BBB \mid a \\ B \rightarrow AS \mid b \end{array}$$

9. Donner une grammaire régulière (vocabulaire $V = \{a, b, c, d, \dots, y, z\}$) pour le langage qui contient l'ensemble des mots, de deux lettres minimum, composés en alternance d'une consonne et d'une voyelle et débutant ou finissant par une consonne et une voyelle. Donner une grammaire algébrique engendrant le même langage.

10. Donner l'algorithme permettant de rendre une ε -libre une grammaire algébrique quelconque.