

A.1 Machines de Turing

1. Soit l'alphabet $X = \{+, =, a\}$. Soit le langage L tel que chaque mot représente une addition correcte de deux suites de caractères a . Par exemple L contient le mot $aa + aaaa = aaaaaa$. Donner une machine de Turing qui reconnaît le même langage.
2. Proposer une machine de Turing reconnaissant le langage $A = \{0^{2^n} / n \geq 0\}$
3. Proposer une machine de Turing reconnaissant les langages suivants :
 - Mots jumeaux $\{w\#w, w \in \Sigma\}$
 - $C = \{a^i b^j c^k / i \cdot j = k \text{ et } i, j, k \geq 1\}$
 - $E = \{\#x_1 \#x_2 \# \dots \#x_l / \text{chaque } x_i \in \{0, 1\}^* \text{ et } x_i \neq x_j \text{ pour tout } x_i \neq x_j\}$
4. Soit le langage $L_1 = a^* b b^*$. Donnez
 - (a) un automate qui reconnaît L_1 , et
 - (b) une machine de Turing qui reconnaît le même langage.

On demande dans chaque cas la définition complète et une représentation graphique.
5. Comment démontrer que tout langage reconnaissable est (Turing-)décidable? (On ne demande que l'idée de la démonstration.)
6. Montrez que le problème d'acceptation A_{AFD} est décidable.
 $A_{\text{AFD}} = \{\langle B, w \rangle / B \text{ est un AFD qui accepte } w\}$
 Mise en œuvre :
 $X = \{\langle, \rangle, \{, \}, ,, 1, 2, 3, 4, a, b, c\}$. Un automate très simple peut être décrit par le mot $\langle \{1, 2, 3\}, \{a, b\}, 1, \{2\}, \{(1, a, 2), (1, b, 3), (2, b, 2), (2, a, 3), (3, b, 2)\} \rangle$.
7. Ecrire une machine de Turing qui détermine si le nombre de a donné en entrée est pair ou impair. Cette machine s'arrête toujours, en inscrivant sur la bande, après le mot d'entrée, soit la lettre P soit la lettre I .