A.1 Machines de Turing

1. Soit l'alphabet $X = \{+, =, a\}$.Soit le langage L tel que chaque mot représente une addition correcte de deux suites de caractères a. Par exemple L contient le mot $aa + aaaa = aaaaaa$. Donner une machine de Turing qui reconnaît le même langage.
2. Proposer une machine de Turing reconnaissant le langage $A = \{\mathtt{0}^{2^n} / n \geq 0\}$
3. Proposer une machine de Turing reconnaissant les langages suivants :
   - Mots jumeaux $\{w\#w, w \in \Sigma\}$
   - $C = \{\mathtt{a}^i\mathtt{b}^j\mathtt{c}^k / i.j = k \text{ et } i, j, k \geq 1\}$
   - $E = \{\mathtt{\#}x_1\mathtt{\#}x_2\mathtt{\#}...\mathtt{\#}x_l / \text{ chaque } x_i \in \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^* \text{ et } x_i \neq x_j \text{ pour tout } x_i \neq x_j\}$
4. Soit le langage $L_1 = a^*bb^*$. Donnez
   (a) un automate qui reconnaît L_1, et
   (b) une machine de Turing qui reconnaît le même langage.

   On demande dans chaque cas la définition complète et une représentation graphique.
5. Comment démontrer que tout langage reconnaissable est (Turing-)décidable ? (On ne demande que l'idée de la démonstration.)
6. Montrez que le problème d'acceptation $\mathrm{A}_{\mathrm{AFD}}$ est décidable.
   $A_{\mathrm{AFD}} = \{\langle B, w\rangle / B \text{ est un AFD qui accepte } w\}$
   Mise en œuvre :
   $X = \{\langle, \rangle, \{, \}, ,, 1, 2, 3, 4, a, b, c\}$. Un automate très simple peut être décrit par le mot $\langle\{1, 2, 3\}, \{a, b\}, 1, \{2\}, \{(1, a, 2), (1, b, 3), (2, b, 2), (2, a, 3), (3, b, 2)\}\rangle$.
7. Ecrire une machine de Turing qui détermine si le nombre de a donné en entrée est pair ou impair. Cette machine s'arrête toujours, en inscrivant sur la bande, après le mot d'entrée, soit la lettre P soit la lettre I.