Déf. 1 (Arbre)

Soit S un ensemble fini de *sommets*, $r \in S$ un sommet distingué appelé *racine*. Un arbre $\mathcal{A}$ est la donnée de $\langle S, r, A\rangle$ où $A \subset S \times S$, (ensemble d'arcs), tel que tout sommet $s \neq r$ de S est relié par un arc à un autre sommet p appelé *père* de s :

$$\forall s \in S, s \neq r, \exists p \in S \;/\; (p, s) \in A$$

Un arbre est ainsi qualifié de *connexe* car tout sommet est « reliable » à la racine.

Déf. 2 (Arbre –récursif)

- Si r est un sommet, $\mathcal{A} = \langle \{r\}, r, \emptyset\rangle$ est un arbre.
- Soient $\mathcal{A}_1 = \langle S_1, r_1, A_1\rangle$, $\mathcal{A}_2 = \langle S_2, r_2, A_2\rangle$, ..., $\mathcal{A}_n = \langle S_n, r_n, A_n\rangle$ des arbres (avec $S_i \cap S_j = \emptyset$, $\forall i, j \in [1, n]$).
  Alors $\mathcal{A} = \langle S, r_0, A\rangle$ est un arbre, avec
  - $S = \bigcup_{i\in[1,n]} S_i$ *S est la réunion des sommets*
  - $r_0 \notin S_i$ *r_0 est un nouveau sommet*
  - $A = \bigcup_{i\in[1,n]} A_i \cup \{(r_0, r_1), (r_0, r_2), ..., (r_0, r_n)\}$ *il y a un arc de la nouvelle racine vers les racines de tous les $\mathcal{A}_i$*

Déf. 3 (Terminologie)

Arc : $(x, y) \in A$.
x est ***père*** de y (unique).
y est ***fils*** de x (non unique).
Feuille : sommet sans fils
Nœud (sommet interne/branchant) : sommet avec fils
Chemin : suite d'arcs « de père en fils »
Branche : chemin de la racine à une feuille
Hauteur : longueur (nombre d'*arcs*) de la plus longue branche

Déf. 4 (Hauteur –récursif)

Soit $\mathcal{A} = \langle S, r, \varphi\rangle$.

La hauteur de $\mathcal{A}$ vaut : $\begin{cases} 0 & \text{si } |S| = 1 \text{ (i.e. } S = \{r\}) \\ M + 1 & \text{sinon} \\ & \text{où } M \text{ est le maximum des hauteurs des sous-} \\ & \text{arborescences issues des fils de la racine} \end{cases}$

Déf. 5 (Arbre ordonné)

Soit S un ensemble fini de sommets, $r \in S$ un sommet distingué appelé *racine*, α une application de S dans S^*.
Un arbre (ordonné) est la donnée de $\langle S, r, \alpha\rangle$.