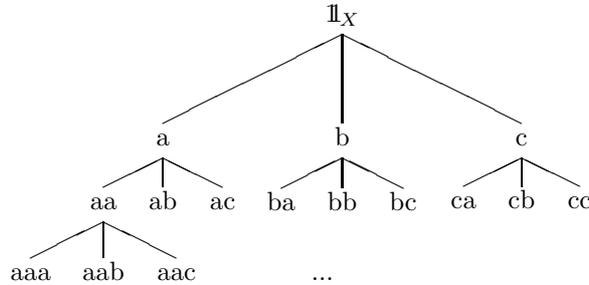


1.2.2 Représentation du monoïde X^*

Exemple : $X = \{a, b, c\} : X^* = \{\mathbb{1}, a, b, c, aa, ab, ac, ba, bb, bc, abc\dots\}$.



Déf. 25 (Ordre préfixiel)

Soient u et $v \in X^*$. On définit la relation d'ordre *préfixiel*, notée $<$, de la manière suivante :

$u < v \Rightarrow \exists w \text{ t.q. } v = uw$ (u est un préfixe de v).

N.B. : Ce n'est pas un ordre total.

Rq : Dans l'arbre, cet ordre correspond à une branche. Deux mots sont en relation d'ordre préfixiel ssi ils sont sur la même branche.

Déf. 26 (Ordre lexicographique)

Soient u et $v \in X^*$. On définit la relation d'ordre *lexicographique* (« alphabétique »), notée $[$, de la manière suivante :

$$u [v \Rightarrow \begin{cases} u < v \\ \text{ou} \\ \exists u_1, u_2, v_2 \in X^*, x, y \in X \\ u = u_1 x u_2 \text{ et } v = u_1 y v_2 \\ \text{avec } x < y \end{cases}$$

N.B. : C'est un ordre total.

Rq : Dans l'arbre, cet ordre correspond à un parcours en profondeur (*depth first*).

Déf. 27 (Ordre hiérarchique)

Soient u et $v \in X^*$. On définit la relation d'ordre *hiérarchique*, notée \triangleleft , de la manière suivante :

$$u \triangleleft v \Rightarrow \begin{cases} |u| < |v| \\ \text{ou} \\ \text{si } |u| = |v|, u [v \end{cases}$$

N.B. : C'est un ordre total.

Rq : Dans l'arbre, cet ordre correspond à un parcours en largeur (*breath first*).

Proposition : Si X est fini, alors il existe une bijection entre X^* et \mathbf{N} (autrement dit, X^* est dénombrable).

Démonstration : On a exhibé un ordre total. ■