

### Lambda-calcul typé

L'objectif est maintenant de mettre en œuvre la méthode de calcul compositionnelle vue en cours de sémantique l'an dernier.

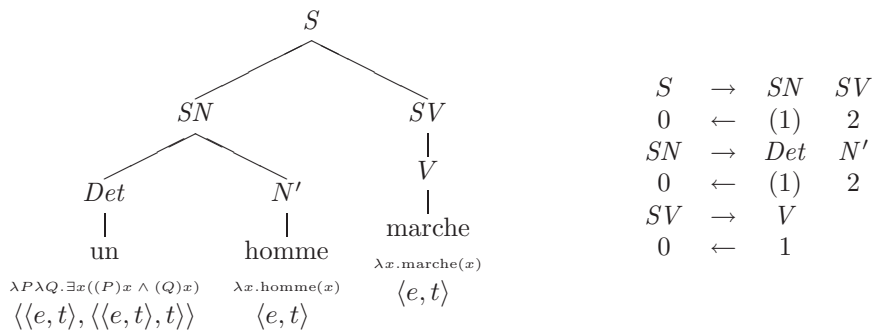
#### Rappel

L'ensemble des expressions interprétables (*meaningful expressions*) de type  $a$ ,  $ME_a$ , est défini inductivement :

- Pour chaque type  $a$ , les variables et les constantes de type  $a$  sont dans  $ME_a$ .
- Pour tous types  $a$  et  $b$ , si  $\alpha \in ME_{\langle a,b \rangle}$  et  $\beta \in ME_a$  alors  $(\alpha)\beta \in ME_b$ .
- Pour tous types  $a$  et  $b$ , si  $u$  est une variable de type  $a$  et  $\alpha \in ME_b$ , alors  $\lambda u.\alpha$  est dans  $ME_{\langle a,b \rangle}$ .
- Si  $\varphi$  et  $\psi$  sont dans  $ME_t$ , alors les expressions suivantes sont aussi dans  $ME_t$  :  $\neg\varphi$ ,  $(\varphi \wedge \psi)$ ,  $(\varphi \vee \psi)$ ,  $(\varphi \rightarrow \psi)$ .
- Pour tout type  $a$ , si  $\varphi$  est dans  $ME_t$  et  $u$  est une variable de type  $a$ , alors  $\forall u\varphi$  et  $\exists u\varphi$  sont dans  $ME_t$ .

Il faut noter que l'application fonctionnelle peut être vue ici comme une généralisation de l'application des prédicats à leurs arguments : la définition ci-dessus donne bien comme appartenant au langage la formule 'dormir( $j$ )', à condition de la noter '(dormir) $j$ '.

Plus précisément, il faut admettre que 'dormir' est une **constante** de type  $\langle e, t \rangle$ , et  $j$  une constante de type  $e$ . Alors, en vertu de la deuxième règle plus haut, 'dormir( $j$ )' est bien dans  $ME_t$ . De même, en recourant à une « curryfication », on note les prédicats binaires comme une double application fonctionnelle : « *Jean aime Marie* » s'écrit  $((\text{aimer})j)m$ .



#### Implémentation

L'implémentation des lambda-termes s'inspire de la représentation choisie précédemment pour les formules du 1er ordre. Il faut simplement envisager des nœuds de types nouveaux :  $\lambda$  (qui fonctionne comme un quantificateur), et application fonctionnelle.

Une fois la représentation en mémoire des termes établie, il faut implémenter la  $\beta$ -réduction : il s'agit d'un parcours d'arbre avec substitution de terme (il faut prévoir la recopie de sous-arbres).

#### Utilisation de yacc

Pour faciliter la mise au point, on pourra utiliser yacc, pour la saisie et la construction en mémoire de formules du lambda-calcul typé.

- |               |                                   |  |
|---------------|-----------------------------------|--|
| Conventions : | prédicats                         | Identificateurs en minuscules                            |
|               | variables (type $e$ )             | Lettres minuscules typées dans le lexique                |
|               | variables (autres types)          | Lettres majuscules typées dans le lexique (sauf A, E, L) |
|               | constantes                        | Lettres minuscules typées dans le lexique                |
|               | $\wedge, \vee, \rightarrow, \neg$ | &,  , ->, ~  |
|               | $\forall, \exists$                | A, E   |
|               | $\lambda$                         | L  |
|               | $(M)N$                            | [M]N   |
|               | Point                             | .  |

$(\lambda P \lambda Q . \exists x (P(x) \rightarrow Q(x, a))) \lambda y . \text{homme}(y) : [L P L Q . E x (P x \rightarrow Q x a)] Ly . \text{homme } y$