TD5 : Grammaires et Automates à pile

Corentin Ribeyre

17 février 2014

1. Trouver un automate à pile qui accepte le langage $\{w\overline{w} \,/\, w \in X^*\}$, où $\overline{w}$ désigne le mot miroir de w.

2. Proposer un automate à pile pour la grammaire algébrique suivante : $$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & a \\ S & \rightarrow & aa \\ S & \rightarrow & b \\ S & \rightarrow & bb \\ S & \rightarrow & aSa \\ S & \rightarrow & bSb \end{array}$$

3. Proposer un automate à pile pour le langage des mots sur $X = \{a, b\}$ qui contient autant d'occurrences de a que d'occurrences de b.

4. Décrire un automate à pile reconnaissant le langage $\{a^n b^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$

5. Eliminer la récursivité gauche de la grammaire ETF.
$$\begin{array}{lcl} \text{E} & \rightarrow & E + T \mid T \\ \text{T} & \rightarrow & T \times F \mid F \\ \text{F} & \rightarrow & (E) \mid a \end{array}$$

6. Mettre sous forme normale de Greibach :
   (a) La grammaire suivante :
   $$\begin{array}{lcl} X_1 & \rightarrow & X_2X_3 \\ X_2 & \rightarrow & X_3X_1 \mid b \\ X_3 & \rightarrow & X_1X_2 \mid a \end{array}$$

7. Après avoir enlevé les ε-productions de la grammaire suivante, mettez-la en forme normale de Chomsky :
$$\begin{array}{lcl} \text{S} & \rightarrow & \text{aSb} \mid \text{ABC} \\ \text{A} & \rightarrow & \text{BAc} \mid \text{CB} \mid \varepsilon \\ \text{B} & \rightarrow & \text{b} \\ \text{C} & \rightarrow & \text{cC} \mid \varepsilon \end{array}$$

8. Une grammaire algébrique $G = \langle X, V, S, P\rangle$ est dite *simple* si G vérifie les deux conditions :
   – $P \subset V \times XV^*$
   – $\forall A \in V, \forall x \in X, \forall u, u' \in V^*, ((A \rightarrow xu) \wedge (A \rightarrow xu') \Rightarrow (u = u'))$
   Un langage algébrique est un *langage simple* s'il existe un grammaire simple qui l'engendre.
   (a) Trouver une grammaire simple pour le langage $\{a^n b^{n+1}, n \geq 0\}$
   (b) Trouver une grammaire simple pour le langage $\{a^n b^n, n > 0\}$
   (c) Montrer que la concaténation de deux langages simples est un langage simple. On demande une explication rigoureuse, pas nécessairement une démonstration mathématique.