Université Paris Diderot - Master 1 Linguistique Informatique - Sémantique computationnelle - 2014/2015

TD 5 - Logique des prédicats

1. **Modèles** Soit $M = \langle U, I \rangle$ le modèle suivant : $U = \{\text{Alain}, \text{Béatrice}, \text{Christine}, \text{David}\}$.
$I(a) =$ Alain ; $I(b) =$ Béatrice ; $I(c) =$ Christine ; $I(d) =$ David
$I(H) = \{$Alain, David$\}$; $I(F) = \{$Christine, Béatrice$\}$
$I(A) = \{\langle \text{Alain}, \text{Christine} \rangle, \langle \text{David}, \text{Béatrice} \rangle, \langle \text{Alain}, \text{David} \rangle\}$
$I(D) = \{\langle \text{Christine}, \text{David} \rangle, \langle \text{Alain}, \text{Béatrice} \rangle, \langle \text{David}, \text{Béatrice} \rangle, \langle \text{Christine}, \text{Alain} \rangle\}$

   a. Évaluez la valeur de vérité des formules suivantes dans ce modèle :
   a. $D(d, b)$
   b. $H(d) \wedge D(c, d)$
   c. $D(d, b) \rightarrow F(a)$
   d. $H(c) \wedge (H(a) \rightarrow D(a, c))$

   b. Construisez le modèle $M' = \langle D, I' \rangle$, tel que (i) M' a le même domaine d'individus que M, (ii) I' associe la même dénotation que I aux constantes d'individus, et (iii) les formules suivantes sont vraies dans M' :
   a. $H(c) \wedge H(a)$
   b. $\forall x\, (H(x) \rightarrow A(x, c))$
   c. $A(a, c) \rightarrow D(c, a)$
   d. $\exists x \exists y\, ((H(x) \wedge F(y) \wedge A(x, y)) \vee (H(x) \wedge F(y) \wedge A(y, x)))$

2. **Modèles** La figure 1 représente un modèle.

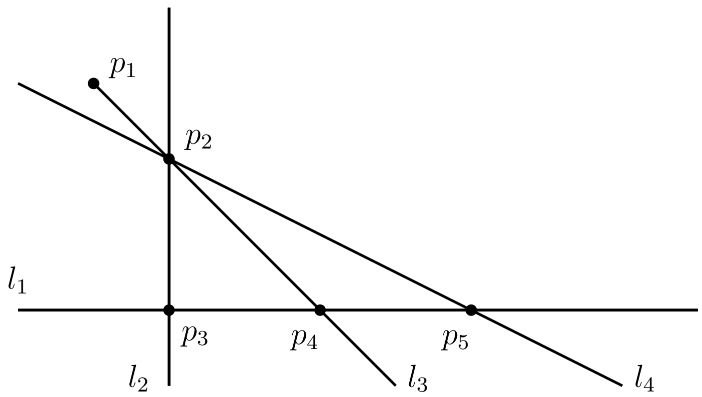

FIGURE 1 – Un modèle

Le modèle est constitué des éléments suivants :
— son domaine est l'ensemble des points p_i et des lignes l_i de la figure
— on considère les prédicats suivants :
  — P un prédicat unaire, $P(x)$: "*x est un point*"
  — L un prédicat unaire, $L(x)$: "*x est une ligne*"
  — S un prédicat binaire, $S(x, y)$: "*x est sur y*"
  — E un prédicat ternaire, $E(x, y, z)$: "*y est entre x et z*"

(a) Donnez l'extension de chacun des prédicats.

(b) Déterminez la valeur de vérité des propositions suivantes dans le modèle ci-dessus :

(1) a. $\forall x(Lx \leftrightarrow \exists y Sxy)$
b. $\forall x\forall y((Lx \wedge Ly) \rightarrow \exists z(Pz \wedge Szx \wedge Szy))$
c. $\forall x\forall y((Px \wedge Py) \rightarrow \exists z(Lz \wedge Sxz \wedge Syz))$
d. $\exists x\exists y\forall z(Pz \rightarrow (Szx \vee Szy))$
e. $\forall x\forall y\forall z(Exyz \leftrightarrow Ezyx)$
f. $\forall x(Lx \rightarrow \exists y\exists z\exists w(Syx \wedge Szx \wedge Swx \wedge Eyzw))$
g. $\forall x(\exists y_1\exists y_2(y_1 \neq y_2 \wedge Sxy_1 \wedge Sxy_2) \rightarrow \exists z_1\exists z_2 Ez_1xz_2)$

3. **Présupposition et égalité** Russel proposait de représenter au même niveau le contenu présupposé et le contenu asserté d'une proposition. Par exemple, pour *C'est Marcel qui est coupable* on aurait la formule $\exists x\, C(x) \wedge C(m)$ (il existe un coupable et Marcel est coupable). De même, pour *Le Roi de France est chauve*, on aurait la formule suivante [1] $\exists x\, RdF(x) \wedge \forall y\, (RdF(y) \rightarrow y = x) \wedge C(x)$.
Proposer une représentation dans le même esprit pour chacun des énoncés suivants.

(2) a. Jean aussi est venu.
b. Léa a réussi son ascension.
c. Seul le facteur est passé.
d. Paul s'est fait voler sa voiture.

4. **Exercice restant du TD4** Traduire les phrases suivantes en logique des *prédicats*

(3) a. Quand quelqu'un fait confiance à quelqu'un qui a trompé tout le monde, il a tort.
b. Il n'y a pas de grand champion qui n'ait causé de tort à personne.
c. Il faut qu'une porte soit ouverte ou fermée.

1. La logique avec égalité est nécessaire pour exprimer formellement l'unicité.