

Grammaires et automates, équivalences

N° 31. Transformer la grammaire suivante en la débarrassant des symboles non terminaux inutiles (i.e. sans contribution) :

$$\begin{aligned}
 S &\longrightarrow A \mid BC \\
 A &\longrightarrow aB \mid bS \mid b \\
 B &\longrightarrow BS \mid D \\
 D &\longrightarrow AB \mid Ba \\
 C &\longrightarrow AS \mid b
 \end{aligned}$$

N° 32. Soit l'automate suivant :

	a	b	c	ε
$\rightarrow 1$	1,2	3	5	5
2	3	2	1	
$\leftarrow 3$			5	4,6
4	3		6	2
5	5	4,6	6	
$\leftarrow 6$				

- Proposer une grammaire régulière qui engendre le même langage.
- Proposer un automate sans ε -transition qui reconnaît le même langage.

N° 33. Soit l'expression rationnelle $(aa|b)^*(ca^*|ba^*b)$.

- Proposer un automate qui reconnaît le langage décrit par cette expression.
- À partir de l'automate, proposer une grammaire régulière engendrant le même langage.
- Donner un arbre syntaxique avec la grammaire précédente pour le mot *abaab*.

N° 34. Soit la grammaire presque régulière suivante.

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow aS \mid aB \mid \varepsilon \\
 A &\rightarrow cS \mid bB \\
 B &\rightarrow aA \mid bB \mid A \\
 C &\rightarrow cD \mid A \\
 D &\rightarrow cC \mid \varepsilon
 \end{aligned}$$

- Proposer un automate qui reconnaît le même langage.
- En procédant éventuellement par étapes, proposer un automate **déterministe** le plus simple possible qui reconnaisse le même langage.
- En déduire une version simplifiée de la grammaire initiale.

N° 35. On s'autorise quelquefois à écrire dans la partie droite des règles d'une grammaire algébrique une expression rationnelle : par exemple, on pourrait imaginer dans une grammaire de la langue naturelle une règle de la forme $NP \rightarrow Det A^* N (A|Rel)^*$.

Est-ce légitime ? Peut-on proposer une (sous-)grammaire qui reconnaisse le même langage que la règle ci-dessus ?

N° 36. Soit l'automate généralisé représenté dans le tableau suivant. Donnez l'expression rationnelle que l'on obtient en supprimant en premier l'état 1, puis l'état 2 ; et donnez celle que l'on obtient en supprimant en premier l'état 2. Qu'en déduisez-vous ?

\nearrow	1	2	F
I	a b	ε	\emptyset
1	a	\emptyset	ε
2	c*	b	\emptyset

N° 37. Construire l'automate généralisé correspondant à la table

	0	1
\rightarrow A	B	A
\leftarrow B	B	A

Donner l'expression rationnelle correspondante.