1 A - Transitivité et Symétrie des Déterminants

1. Dans la Théorie des Quantificateurs Généralisés, on appelle *transitifs* les déterminants qui vérifient la propriété suivante : D (A)(B) & D (B)(C) ⇒ D (A)(C). Donnez deux déterminants transitifs et deux déterminants non transitifs.

Solution :

1. **Transitivité des déterminants**

Transitifs	*Chaque*	Chaque enfant est malade.
		Chaque malade est mort.
$D(A)(B)\&D(B)(C) \to D(A)(C)$		→ Chaque enfant est mort.
	Tous	Tous les italiens sont violoniste.
		Tous les violonistes aiment les spaghettis.
		→ Tous les italiens aiment les spaghettis.
Non transitifs	*Un*	Un prof est gentil.
$D(A)(B)\&D(B)(C) \not\to D(A)(C)$		Un gentil est riche.
		$\not\to$ Un prof est riche.
	La plupart	La plupart des hollandais sont polyglottes
		La plupart des polyglottes sont végétariens.
		$\not\to$ La plupart des hollandais sont végétariens.

2. Dans la théorie des quantificateurs généralisés, on dit qu'un déterminant D est *symétrique* si et seulement $DAB \to DBA$. Donner deux exemples de déterminants symétriques en français, et deux déterminants non symétriques.

Solution :

1. **Symétrie des déterminants**

Symétriques	*Aucun*	Aucun enfant ne dort
$DAB \to DBA$		→ Aucun dormeur n'est un enfant
	Un	Un Italien est violoniste
		→ Un violoniste est italien
Non symétriques	*Tous*	Tous les profs sont gentils
$DAB \not\to DBA$		$\not\to$ Tous les gentils sont profs
	La plupart	La plupart des hollandais sont polyglottes
		$\not\to$ La plupart des polyglottes sont hollandais

B - Monotonie et Implicatures

1. Déterminez les propriétés de monotonie (à droite et à gauche) des déterminants :
   — *plusieurs*
   — *au plus trois*
   — *aucun*
   — *au moins n*
   — *chaque*
   — *exactement 3*

Solution :
Déterminez les propriétés de monotonie (à droite et à gauche) des déterminants :
— *plusieurs*
— *au plus trois*
— *aucun*
— *au moins n*
— *chaque*
— *exactement 3*

Déterminant	gauche		droite	
	↑	↓	↑	↓
plusieurs	+	−	+	−
au plus trois	−	+	−	+
aucun	−	+	−	+
au moins n	+	−	+	−
chaque	−	+	+	−
exactement 3	−	−	−	−

2. La phrase suivante produit une implicature scalaire. Indiquez de quelle implicature il s'agit, et montrez que cette implicature peut être suspendue dans un contexte monotone décroissant. Vous aurez pris soin de montrer que le contexte que vous avez choisi est effectivement décroissant.

(1) Plusieurs témoins ont menti.

Solution : La phrase suivante produit une implicature scalaire. Indiquez de quelle implicature il s'agit, et montrez que cette implicature peut être suspendue dans un contexte monotone décroissant. Vous aurez pris soin de montrer que le contexte que vous avez choisi est effectivement décroissant.
(1) Plusieurs témoins ont menti.

Implicature Déclenchée par le mot *plusieurs*, qui appartient à une échelle de Horn (*quelque(s)/plusieurs/beaucoup/tous*).
Il faut noter que l'indéfini *aucun* n'appartient pas à la même échelle, comme on peut facilement s'en apercevoir : comparer (2-a) et (2-b) (annulation), et de même (2-c) et (2-d) (renforcement).

(2) a. *Paul n'a lu aucun livre, et même beaucoup.
b. Paul a lu plusieurs livres, et même beaucoup.
c. *Paul n'a lu aucun livre, mais pas tous.
d. Paul a lu plusieurs livres, mais pas tous.

La "valeur" (le contenu) de l'implicature peut-être paraphrasée "*tous les témoins n'ont pas menti*" (signifiant la même chose que la version maladroite "*pas tous les témoins ont menti*"). L'énoncé indiquait qu'il s'agit d'une implicature scalaire, c'est-à-dire un cas d'implicature conversationnelle généralisée.

Suspension Il faut placer la phrase initiale (1) **toute entière** dans un contexte monotone décroissant pour faire le constat demandé. Deux exemples de contextes :

(α) a. Le juge va annuler tous les procès où plusieurs témoins ont menti.
b. Il est faux que plusieurs témoins ont menti.

Dans (α-a), on vérifie facilement que *plusieurs* n'est pas interprété comme *plusieurs et pas tous*, mais au contraire comme *plusieurs et possiblement tous*, puisque cette phrase est fausse dans une situation où le juge n'annulerait pas un procès où *tous* les témoins ont menti.
De même, avec (α-b), on vérifie la suspension de l'implicature, puisque (prenez de l'aspirine) la phrase ne signifie pas *il est faux que plusieurs témoins ont menti et pas tous*, car alors la phrase serait vraie si *tous* les témoins avaient menti, ce qui n'est pas le cas pour (α-b).

Contexte décroissant Le contexte dans lequel nous avons plongé la phrase initiale est *Le juge va annuler tous les X*. On vérifie facilement qu'il est décroissant. Si Y représente les procès, et y représente l'ensemble (plus petit) des procès en assises, on vérifie bien que $C(Y) \to C(y)$, et $C(y) \not\to C(Y)$. [1]

	Le juge va annuler tous les procès	$C(Y)$
$\to$	Le juge va annuler tous les procès en assises	$C(y)$
	Le juge va annuler tous les procès en assises	$C(y)$
$\not\to$	Le juge va annuler tous les procès	$C(Y)$

3. Soient les jugements indiqués :
— (a) Il connaît beaucoup d'écrivains, en fait il les connaît tous
— (b) Il connaît peu d'écrivains, en fait il n'en connaît aucun
— (c) ∗ Il connaît peu d'écrivains, en fait il les connaît tous

1. Proposez une explication pour ce contraste, en observant que dans le cas (a), on a affaire à l'annulation d'une implicature scalaire (*beaucoup* implicate *pas tous*).
2. Quelle implicature et de quel type est associée à *peu de* ?

3. Montrez au moyen d'un exemple son comportement dans un contexte monotone décroissant

Solution :
1. En (b), on a une *annulation*, comme en (a), et c'est l'annulation d'une implicature scalaire. On vérifie avec (c) que le connecteur *en fait* ne peut pas relier des propositions contradictoires.
2. D'après l'annulation en (b), *peu de* implicate *pas aucun* (au moins un), et non pas, comme on pourrait le penser spontanément, *pas tous*. C'est une implicature scalaire (ie conversationnelle généralisée).
3. On demandait de placer l'expression *peu de N* **dans un contexte** décroissant. Le schéma (a) est un tel contexte, comme on le vérifie avec les inférences données de (b) à (c) et de (b) à (d). Si on place une expression en *peu de* dans un contexte décroissant, on s'attend à ce que l'implicature scalaire soit annulée, ce qui est le cas avec (e) : *peu de* ici n'implicate pas *pas aucun*.
   (a) On ne peut pas réussir si P
   (b) On ne peut pas réussir si on habite en Province
   (c) $\not\rightarrow$ On ne peut pas réussir si on habite en France
   (d) $\rightarrow$ On ne peut pas réussir si on habite à Limoges
   (e) On ne peut pas réussir si on connaît peu d'écrivains

   Pour certains étudiants, l'énoncé a été mal interprété : on ne demandait pas la monotonie (à gauche et à doite) du déterminant *peu de*.

C - Comparatif

1. On s'intéresse aux constructions comparatives comme
   — (a) Théo est riche
   — (b) Théo est plus riche qu'Elsa
   — (c) Théo et Elsa sont aussi riches (l'un que l'autre)

   On peut définir la sémantique des comparatives en termes de *degrés* sur une échelle. Si la figure suivante représente l'échelle de richesse, si le point d_1 indique le degré de richesse pour Théo, et d_2 le degré de richesse de Elsa, alors on peut dire que (b) est vraie selon ce diagramme.

Un plus formellement, on peut définir une échelle comme un ensemble S ordonné par une relation d'ordre $\leq$. On définit une fonction d qui associe à chaque individu sont degré sur une échelle donnée. Par exemple $d_1 = d_{riche}(t)$ indique que d_1 est le degré auquel Théo (t) est riche. La sémantique des comparatives peut alors être formulée en terme de relation entre degrés. Par exemple, la phrase (b) est vraie ssi $\exists d_1 \exists d_2 \ (d_1 = d_{riche}(t) \wedge d_2 = d_{riche}(e) \wedge d_1 > d_2)$.

1. Proposer les diagrammes similaires pour les exemples 1(a) et 1 (c).

Solution : 1(a) Contextuellement, on peut définir un point d_0 qui représente la valeur à partir de laquelle on est riche. Ensuite, il faut placer d_1 avec $d_1 = d_{riche}(t)$ à droite du point d_0.

Solution : 1(c) Si on définit $d_1 = d_{riche}(t)$ et $d_2 = d_{riche}(e)$, et si on place d_1 et d_2 sur un même point sur l'échelle on a le sens "Théo et Elsa sont aussi riches."

2. Utiliser la terminologie proposée ici pour expliquer que les phrases suivantes sont déviantes en situation “normale”. Indiquer quel type de ré-interprétation contextuelle peut restaurer l'acceptabilité de ces phrases.
   (a) Hélène est plus enceinte que Jane
   (b) Jean est plus allemand que moi

Solution : *enceinte* et *allemand* ne sont pas gradables, il n'existe pas de fonction $d_{enceinte}$ qui associe à un individu un degré sur une échelle. Dit autrement, le prédicat est soit satisfait, soit insatisfait et il n'y pas de degré intermédiaire. Pour trouver une ré-interprétation acceptable, on peut s'imaginer qu'on peut énoncer "Hélène est plus enceinte que Jane" dans un contexte où Hélène et Jane sont enceintes et on mesure la taille du ventre des deux femmes et celle d'Hélène est plus grande.

3. En détaillant la sémantique des phrases suivantes, montrer qu'elle sont tautologiques
   (a) Paul est aussi grand que lui-même

   Solution : Il faut écrire une formule :
   $\exists d_1 \exists d_2 (d_1 = d_{grand}(p) \wedge d_2 = d_{grand}(p) \wedge d_1 = d_2)$
   Cette formule est toujours vraie si $d_{grand}(p)$ est définie.

   (b) Personne n'est plus fort que lui-même

   Solution : Il faut écrire une formule :
   $\forall x (P(x) \rightarrow \neg \exists d_1 \exists d_2 (d_1 = d_{fort}(x) \wedge d2 = d_{fort}(x) \wedge d_1 > d_2))$
   Cette formule est toujours vraie.

D - Présupposition

1. Russell proposait de représenter au même niveau le contenu présupposé et le contenu asserté d'une proposition. Par exemple, pour *C'est Marcel qui est coupable* on aurait la formule $\exists x\, C(x) \wedge C(m)$ (il existe un coupable et Marcel est coupable). De même, pour *Le Roi de France est chauve*, on aurait la formule suivante[2] $\exists x\, RdF(x) \wedge \forall y\, (RdF(y) \rightarrow y = x) \wedge C(x)$.
   Proposer une représentation dans le même esprit pour chacun des énoncés suivants.
   1. Jean aussi est venu
   2. Léa a reussi son ascension
   3. Seul le facteur est passé
   4. Paul s'est fait voler sa voiture

Solution :
1. Jean aussi est venu
   $\exists x V(x) \wedge x \neq j \wedge V(j)$
2. Léa a reussi son ascension
   $T(l, a) \wedge R(l, a)$
3. Seul le facteur est passé
   $P(f) \wedge \forall x \neq f \rightarrow \neg P(x)$
4. Paul s'est fait voler sa voiture
   $\exists x V(x) \wedge P(p, x) \wedge H(y) \wedge S(y, x, p)$
   V(x) : x est une voiture ; P(x,y) : x possède y ; H(x) : x est un humain ; S(x,y,z) : x vole y de z.

2. La logique avec égalité est nécessaire pour exprimer formellement l'unicité.