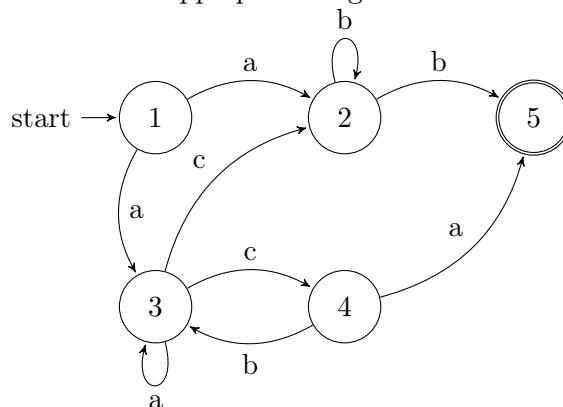


TD 1 Langages rationnels

Timothée Bernard (timothee.bernard@ens-lyon.org)

16 septembre 2015

1. Soit $A = \{a, b, c\}$. Pour chacun des langages suivants, donner un automate fini déterministe (AFD) le reconnaissant :
 - (a) l'ensemble des mots dont la longueur est un multiple de 3 ;
 - (b) l'ensemble des mots dans lesquels le motif ab , s'il apparaît, est suivi de ccc ;
 - (c) l'ensemble des mots se terminant par b ;
 - (d) l'ensemble des mots ne se terminant pas par b ;
 - (e) l'ensemble des mots contenant exactement un b ;
 - (f) l'ensemble des mots ne contenant aucun b ;
 - (g) l'ensemble des mots contenant au moins un a ;
 - (h) l'ensemble des mots comportant au moins 3 lettres et dont la troisième lettre à partir de la fin est un a ou un c ;
 - (i) l'ensemble des mots de longueur paire ;
 - (j) l'ensemble des mots se terminant par bc .
2. Proposer un automate et une expression rationnelle pour le langage de tous les mots de $\{a, b, c\}^*$ dont cac est un sous-mot¹.
3. Déterminer l'automate suivant en appliquant l'algorithme vu en cours² :



« Se convaincre » que l'automate déterminisé reconnaît le même langage en testant l'appartenance au langage d'un petit nombre de mots.

4. Soit l'expression rationnelle $(aa|b)c$.
 - (a) Utiliser la méthode vue en cours pour construire un automate reconnaissant le même langage³.

1. Un *sous-mot* de u est une sous-suite de lettres – non nécessairement contiguë – de u . À distinguer d'un facteur. Exemple : *pis* est un sous-mot de *produits*.

2. poly p.9

3. poly p.18

- (b) À partir de l'automate, proposer une grammaire régulière engendrant le même langage.
- (c) Donner un arbre syntaxique avec la grammaire précédente pour le mot aac .
5. Soit $A = \{a, b, c\}$, considérons l'expression rationnelle $(a|bc)^*$.
- (a) Utiliser la méthode vue en cours pour construire un AF reconnaissant le même langage⁴.
- (b) Éliminer les ϵ -transitions⁵.
- (c) Déterminer l'automate résultant⁶.
- (d) Compléter⁷ puis minimiser⁸ l'AFD.
- (e) Construire la grammaire régulière (à droite)⁹ reconnaissant le même langage que l'AFDC.
6. Soit la grammaire suivante : $G_1 = (\{a, b\}, \{S\}, S, \{S \rightarrow aSbS|bSaS|\epsilon\})$. Quel est le langage L reconnu ? (Le prouver par double inclusion, c-à-d en montrant d'une part que tout mot reconnu appartient à L et d'autre part que tout mot de L est reconnu.)
7. Soit L un langage rationnel, en utilisant des considérations sur les automates montrer que :
- (a) l'ensemble des préfixes de L , $L' = \{u|\exists v, uv \in L\}$ est aussi rationnel ;
- (b) l'ensemble des suffixes de L , $L'' = \{v|\exists u, uv \in L\}$ est aussi rationnel.

4. poly p.18
 5. poly p.7
 6. poly p.9
 7. poly p.6
 8. poly p.10
 9. poly p.17