

TD2 Langages rationnels & algébriques

Timothée Bernard

23 septembre 2015

1. Proposer, pour chacun des langages suivants, une grammaire algébrique (alphabet $X = \{a, b, c\}$).

(a) $L_0 = \{w \in X^* / w = a^n ; n \geq 0\}$

(b) $L'_0 = \{w \in X^* / w = a^n b^n c a ; n \geq 0\}$

(c) $L_1 = \{w \in X^* / w = a^n b^n c^p ; n \geq 1 \text{ et } p \geq 1\}$

(d) $L_2 = \{w \in X^* / w = a^n b^n a^m b^m ; n, m \geq 1\}$

(e) $L'_3 = \{w \in X^* / |w|_a = |w|_b\}$

(f) $L_3 = \{w \in X^* / |w|_a = 2|w|_b\}$

2. Soit la grammaire hors contexte suivante :

S	→	p
p	→	gn v1 <i>que</i> p gn v2
gn	→	np det nc
np	→	<i>Léa</i> <i>Luc</i> <i>Ève</i> <i>Max</i>
nc	→	<i>femme</i> <i>homme</i> <i>étudiante</i> <i>étudiant</i> <i>filles</i> <i>garçon</i>
det	→	<i>le</i> <i>la</i> <i>l'</i>
v1	→	<i>pense</i> <i>croit</i> <i>voit</i> <i>sait</i> <i>dit</i> <i>raconte</i>
v2	→	<i>se promène</i> <i>marche</i> <i>part</i>

(a) Donner quatre phrases reconnues par cette grammaire, contenant respectivement 0, 1, 2 et 3 fois le mot *que*.

(b) Pour quelles raisons ces phrases ne sont-elles pas toutes correctes en français ? Comment modifier la grammaire pour corriger cela ?

(c) Donner l'arbre de dérivation de *Luc sait que la femme croit que Léa part*.

3. On s'autorise quelquefois à écrire dans la partie droite des règles d'une grammaire algébrique une expression rationnelle : par exemple, on pourrait imaginer dans une grammaire de la langue naturelle une règle de la forme $NP \rightarrow Det A^* N (A|Rel)^*$.

(a) Est-ce légitime ?

(b) Peut-on proposer une (sous-)grammaire qui reconnaisse le même langage que la règle ci-dessus ?

4. Ambiguïté de grammaires

(a) Montrer que la grammaire suivante est ambiguë :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow TU \\ T &\rightarrow ST \mid a \\ U &\rightarrow US \mid b \end{aligned}$$

(b) La grammaire suivante est-elle ambiguë ? $S \rightarrow aSSb \mid ab$