Logique des prédicats

- N° 21. Pour chacune de ces formules du calcul des prédicats, construisez l'arbre de construction de la formule, et indiquez (sur l'arbre) la portée de chaque quantificateur.
 - (i) $\forall x (\neg \forall y (P(y) \rightarrow A(x,y)) \leftrightarrow B(x))$
 - (ii) $(\exists x A(x) \land \exists x B(x))$
- \mathbf{N}° 22. Pour chacune de ces formules du calcul des prédicats, indiquez (a) s'il s'agit d'une négation, une conjonction, une disjonction, une implication, une formule universelle ou une formule existentielle; (b) la portée des quantificateurs; (c) les variables libres; (c) s'il s'agit d'une phrase.
 - (i) $(\exists x A(x,y) \land B(x))$
 - (ii) $\exists x (A(x,y) \land B(x))$
 - (iii) $\exists x \exists y (A(x,y) \to B(x))$
- (iv) $\neg \exists x \exists y (A(x,y) \rightarrow B(x))$
- $(v) \quad \forall x \forall y ((A(x,y) \land B(y)) \to \exists w C(x,w))$
- N° 23. Traduire les phrases suivantes en logique des prédicats, en préservant autant de structure que possible, et en donnant chaque fois la légende.
- (1) a. Jean est plus beau que Pierre
 - b. Charles est beau, mais pas Elsa
 - c. Pierre est allé à Toulouse avec Charles sur le vélo neuf de Marie
 - d. Si Pierre n'a pas eu la nouvelle par Elsa, il l'a eue par Charles
 - e. Charles est ennuyeux ou agaçant
 - f. Marion est une femme heureuse
 - g. Jean et Pierre sont de bons amis
 - h. Bien que Paul et Virginie s'aiment profondément, ils se rendent l'un l'autre très malheureux
- N° 24. Traduisez les énoncés suivants en formules de la logique des prédicats. En cas d'énoncé ambigu, on proposera deux formules.
- (2) a. Jean a vu Léa.
 - b. Jean n'a rien vu.
 - c. Il y a un député qui n'a rien vu.
 - d. Aucun député n'a rien vu.
 - e. Léa aime Paul alors qu'il lui a pris tous ses amis.
- \mathbf{N}° 25. Traduire les énoncés suivants en formules de la logique des prédicats (on donnera à chaque fois l'interprétation des prédicats utilisés par exemple A(x,y)=x aime y). En cas d'énoncé ambigu, on proposera deux formules.
- (3) a. Marie connaît tous les acteurs de cinéma
 - b. Quelques livres de cet auteur ne se sont pas bien vendus
 - c. Tous les clients ont visité une maison
 - d. Il faut que tous les clients aient signé un contrat pour qu'une agence soit agréée
 - e. Si Jean rencontre une jeune fille, il l'épousera
 - f. Chaque fois qu'ils se rencontrent, Fred et Dom s'insultent mutuellement