Logique des prédicats (suite)

N° 26. Proposer plusieurs phrases en français qui ont les mêmes conditions de vérité que la formule suivante, où $F(x) = x$ est fermier, $P(x, y) = x$ possède y, et $B(x, y) = x$ bat y.

$$\forall x \forall y((F(x) \wedge P(x, y)) \rightarrow B(x, y))$$

Même question pour les formules suivantes ($P(x, y) = x$ parle à y, j = Jean, m = Marie, $C(x, y) = x$ croit y, $H(x) = x$ est une personne, $A(x) = x$ est un âne) :

(1) a. $(\neg P(j, m) \rightarrow \forall x(x \neq y \rightarrow \neg P(j, x)))$
b. $\neg \forall x((H(x) \wedge \forall y(H(y) \rightarrow C(y, x))) \rightarrow C(m, x))$
c. $\forall x(F(x) \rightarrow \neg \exists y(A(y) \wedge P(x, y)))$

N° 27.
Traduisez en logique des prédicats les propositions suivantes, et, en cas d'ambiguïté, donnez toutes les traductions correspondantes.

(2) a. Bien que personne ne fasse de bruit, Jean n'arrive pas à se concentrer.
b. Si personne ne fait de bruit, Jean répondra au moins à une question.
c. Tout le monde a menti à quelqu'un dans sa vie.
d. Tous les étudiants, sauf Jean, sont présents.
e. Aucun enfant ne fait jamais aucune bêtise.
f. Tout le monde a lu un livre de logique.

N° 28. Soit $M = \langle U, I \rangle$ le modèle suivant : $U = \{\text{Alain}, \text{Béatrice}, \text{Christine}, \text{David}\}$.
$I(a) = \text{Alain}$; $I(b) = \text{Béatrice}$; $I(c) = \text{Christine}$; $I(d) = \text{David}$
$I(H) = \{\text{Alain, David}\}$; $I(F) = \{\text{Christine, Béatrice}\}$
$I(A) = \{\langle \text{Alain}, \text{Christine} \rangle, \langle \text{David}, \text{Béatrice} \rangle, \langle \text{Alain}, \text{David} \rangle\}$
$I(D) = \{\langle \text{Christine}, \text{David} \rangle, \langle \text{Alain}, \text{Béatrice} \rangle, \langle \text{David}, \text{Béatrice} \rangle, \langle \text{Christine}, \text{Alain} \rangle\}$

a. Évaluez la valeur de vérité des formules suivantes dans ce modèle :
a. $D(d, b)$
b. $H(d) \wedge D(c, d)$
c. $D(d, b) \rightarrow F(a)$
d. $H(c) \wedge (H(a) \rightarrow D(a, c))$

b. Construisez le modèle $M' = \langle D, I' \rangle$, tel que (i) M' a le même domaine d'individus que M, (ii) I' associe la même dénotation que I aux constantes d'individus, et (iii) les formules suivantes sont vraies dans M' :
a. $H(c) \wedge H(a)$
b. $\forall x\, (H(x) \rightarrow A(x, c))$
c. $A(a, c) \rightarrow D(c, a)$
d. $\exists x \exists y\, ((H(x) \wedge F(y) \wedge A(x, y)) \vee (H(x) \wedge F(y) \wedge A(y, x)))$

N° 29. Les phrases suivantes sont ambigües. Expliquer l'ambiguïté, et proposer, *quand c'est possible*, les deux représentations en logique des prédicats que l'on peut associer à ces phrases.

(3) a. Jean loue un appartement.
b. Tout étudiant lit un article.
c. Marie aime les chiens et les chats sauvages.
d. Tout le monde n'a pas aimé le film.
e. Paul devrait être à New York.

N° 30. Traduire les phrases suivantes en logique des *prédicats*

(4) a. Quand quelqu'un fait confiance à quelqu'un qui a trompé tout le monde, il a tort.
b. Il n'y a pas de grand champion qui n'ait causé de tort à personne.
c. Il faut qu'une porte soit ouverte ou fermée.