Sémantique computationnelle - TD 2
M1 LI 2016-2017

olga.seminck@cri-paris.org

25 janvier 2017

1 Logique des prédicats

1 - Logique des prédicats : formules atomiques

Traduire les phrases suivantes en logique des prédicats, en préservant autant de structure que possible, et en donnant chaque fois la légende.

1. (a) Marc est plus fort que David.
   (b) Paul a vu Léa et elle ne l'a pas vu.
   (c) Charles est laid, mais pas Marie.
   (d) Hugues est ennuyeux ou agaçant.
   (e) Si Jean est un homme, alors il est mortel.
   (f) Gwendoline est une femme heureuse.
   (g) Marc et Jérémie sont des bons amis.
   (h) Si Pierre n'a pas eu la nouvelle par Elsa, il l'a eue par Charles.
   (i) Bien que Paul et Virginie s'aiment profondément, ils se rendent l'un l'autre très malheureux.
2. (a) Tout le monde aime Anne.
   (b) Un chat est entré.
   (c) Tout est éphémère.
   (d) Personne n'est politicien et n'est pas ambitieux
   (e) Il n'est pas vrai que tous les ambitieux sont honnêts.
   (f) Tous les coiffeurs blonds sont intelligents.
   (g) Tous les éléphants ont une trompe.
   (h) Tous les hommes n'aiment pas Marie.
   (i) Il y a une chanson qu'aucun enfant ne chante.
   (j) Certains enfants ne sont pas capricieux.
3. (a) Pierre est un auteur qui a vendu certains livres à succès.
   (b) Jean donne quelque chose à Pierre.
   (c) S'il y a un bruit, Alice pleure.
   (d) S'il y a un bruit, tout le monde pleure.
   (e) S'il y a un bruit, Alice le cherche.
   (f) Tout le monde s'aime (soi-même).
4. (a) Un homme qui aime les animaux n'est pas mauvais.
   (b) Si tout le monde l'aime, Marie aime tout le monde.
   (c) Tout le monde admire quelqu'un qui admire tout le monde.
5. Les phrases suivantes sont ambiguës. Expliquer l'ambiguïté, et proposer, quand c'est possible, les deux représentations en logique des prédicats que l'on peut associer à ces phrases.
   (a) Jean loue un appartement.
   (b) Tout étudiant lit un article.
   (c) Marie aime les chiens et les chats sauvages.
   (d) Tout le monde n'a pas aimé le film.

2 - Quantifieurs et prédicats

Traduire les phrases suivantes en logique des prédicats, en préservant autant de structure que possible, et en donnant chaque fois la légende.

1. (a) Bien que personne ne fasse de bruit, Jean n'arrive pas à se concentrer.
   (b) Si personne ne fait de bruit, Jean répondra au moins à une question.
   (c) Tous les étudiants sauf Jean sont présents.
   (d) Aucun enfant ne fait jamais aucune bêtise.
2. (a) Quand quelqu'un fait confiance à quelqu'un qui a trompé tout le monde, il a tort.
   (b) Il n'y a pas de grand champion qui n'ait causé de tort à personne.
3. **Donkey Sentences** Les phrases suivantes se caractérisent par le fait que l'indéfini, sous la portée d'une quantification universelle ou d'une conditionnelle, s'interprète de façon universelle. Cette situation n'est pas surprenante si on connaît l'équivalence entre $\forall x(\varphi \to \psi)$ et $(\exists x\varphi \to \psi)$ (si ψ ne contient pas d'occurrence libre de x). Sur la base de cette équivalence, proposez pour chaque phrase deux traductions en logique des prédicats équivalentes.
   (a) Paul se fâche dès que quelqu'un fait du bruit.
   (b) Tout le monde se fâche si quelqu'un fait du bruit.
   (c) Tous les touristes qui visitent Paris sont riches.
   (d) Tous les touristes qui visitent Paris l'aiment.
   (e) Tous les touristes qui visitent une ville sont riches.
   (f) Tous les touristes qui visitent une ville l'aiment.
   (g) Si un fermier possède un âne, il le bat.
4. Traduisez en logique des prédicats les phrases suivantes. Conclusion ?

   (1) a. Si un étudiant a une mauvaise note, il doit la rattraper
   b. Tout étudiant qui a une mauvaise note doit la rattraper
   c. Tout étudiant doit rattraper toutes ses mauvaises notes

5. Proposer (au moins) une phrase en français qui a les mêmes conditions de vérité que chacune des formules suivantes, où $F(x) = x$ est fermier, $P(x, y) = x$ possède y, $B(x, y) = x$ bat y, $j =$ Jean, $c =$ Chikita, $A(x) = x$ est un âne.
   (a) $F(j) \to (P(j, c) \wedge A(c))$
   (b) $\forall x \forall y(F(x) \wedge P(x, y)) \to B(x, y)$
6. Montrez que les formules de chacune des paires ci-dessous ne sont pas logiquement équivalentes, en donnant l'exemple d'une situation où l'une est vraie et pas l'autre.
   (a) $\forall x(A \vee B)$ *vs.* $(\forall xA \vee \forall xB)$
   (b) $\exists x(A \wedge B)$ *vs.* $(\exists xA \wedge \exists xB)$

3 - Modèle

1. Soient les deux phrases suivantes, que vous traduirez en logique des prédicats. Proposer deux modèles (domaine et fonction d'interprétation I) : l'un (M_1) qui rend ((2-a)) vraie, et l'autre (M_2) qui rend ((2-a)) fausse. Expliquer (sans le démontrer formellement) que si la dénotation de *Jean* est un individu du domaine de M_1, alors ((2-b)) est vraie dans M_1.

   (2) a. Tous les hommes aiment les chats
   b. Jean est un homme et il aime un chat