Exercice 1

Traduire les phrases suivantes en logique des prédicats, en préservant autant de structure que possible, et en donnant chaque fois la légende.

(1) a. Jean est plus beau que Pierre
b. Charles est beau, mais pas Elsa
c. Pierre est allé à Toulouse avec Charles sur le vélo neuf de Marie
d. Si Pierre n'a pas eu la nouvelle par Elsa, il l'a eue par Charles
e. Charles est ennuyeux ou agaçant
f. Marion est une femme heureuse
g. Jean et Pierre sont de bons amis
h. Bien que Paul et Virginie s'aiment profondément, ils se rendent l'un l'autre très malheureux

.... Corrigé ....

(2) a. Jean est plus beau que Pierre $B(j,p)$
b. Charles est beau, mais pas Elsa $B(c) \wedge \neg B(e)$
c. Pierre est allé à Toulouse avec Charles sur le vélo neuf de Marie $A(p,t,c,v) \wedge N(v) \wedge P(m,v)$
d. Si Pierre n'a pas eu la nouvelle par Elsa, il l'a eue par Charles $\neg R(p,n,e) \rightarrow R(p,n,c)$
e. Charles est ennuyeux ou agaçant $E(c) \vee A(c)$
f. Marion est une femme heureuse. $F(m) \wedge H(m)$
g. Jean et Pierre sont de bons amis. $B(j,p)$
h. Bien que Paul et Virginie s'aiment profondément, ils se rendent l'un l'autre très malheureux. $A(p,v) \wedge A(v,p) \wedge M(p,v) \wedge M(v,p)$

Exercice 2

Traduire les phrases suivantes en logique des prédicats. On représentera la dénotation des noms propres et des descriptions définies par des constantes.

(3) a. Si Paul n'a pas vu Marie, elle n'est pas arrivée.
b. Tout le monde viendra, à moins que la fête ne soit annulée.
c. Max ne veut pas parler à exactement deux personnes.
d. Quand un touriste visite Venise, il l'aime.
e. Maxine n'a vu monter personne.
f. Il faut qu'un journaliste l'interroge pour que Bruno se confie.

.... Corrigé ....

(4) a. Si Paul n'a pas vu Marie, elle n'est pas arrivée.
$(\neg Vpm \rightarrow \neg Am)$
b. Tout le monde viendra, à moins que la fête ne soit annulée.
Pour voir comment formaliser cette phrase on peut noter qu'elle est vraie si (a) tout le monde vient et que la fête n'est pas annulée, ou (b) le fête est annulée, et tout le monde ne vient pas (c'est-à-dire "pas tout le monde vient"). Elle est fausse si (c) tout le monde vient alors que la fête est annulée, ou (d) si la fête n'est pas annulée et tout le monde ne vient pas.

Autrement dit, cette phrase exprime une équivalence matérielle entre “tout le monde vient” et “la fête n'est pas annulée”. Ce genre de construction est un rare cas où un connecteur de la langue (*à moins que*) se traduit en une implication matérielle.
$(\neg Af \leftrightarrow \forall x(Px \rightarrow Vx))$

c. Max ne veut pas parler à exactement deux personnes.
Interpretation : il y a exactement 2 personnes à qui Max ne veut pas parler.
$\exists x \exists y\ (x \neq y \wedge Px \wedge Py \wedge \neg Vmx \wedge \neg Vmy) \wedge \forall z((Pz \wedge \neg Vmz) \rightarrow (z = y \vee z = x))$
Il y a possiblement d'autres interprétations non traduisibles en logique du premier ordre.

d. Quand un touriste visite Venise, il l'aime.
$\forall x(Tx \rightarrow (Vxv \rightarrow Axv))$

e. Maxine n'a vu monter personne.
$\neg \exists x(Px \wedge Vmx)$

f. Il faut qu'un journaliste l'interroge pour que Bruno se confie.
$(Cb \rightarrow \exists x(Jx \wedge Ixb))$

Exercice 3

Traduire les phrases suivante en logique des prédicats.

(5) a. Pour qu'une solution soit mise en œuvre, il faut que tous les intervenants l'approuvent.
b. Les gens qui aiment tout le monde sauf eux-mêmes sont altruistes.
c. Quelle que soit la pomme que Léa choisit, elle la mange.
d. Tout est soit doux soit amer.

Corrigé

(6) a. Pour qu'une solution soit mise en œuvre, il faut que tous les intervenants l'approuvent
$\forall y\ (Sy \rightarrow (My \rightarrow \forall x\ (Ix \rightarrow Axy)))$

b. Les gens qui aiment tout le monde sauf eux-mêmes sont altruistes
$\forall x\ ((Px \wedge \neg Lxx \wedge \forall y\ ((Py \wedge y \neq x) \rightarrow Lxy)) \rightarrow Ax)$
Variante possible en enlevant $\neg Lxx$ si on interprète *sauf* comme *sauf peut-être*
Attention : la forme prenexe suivante est correcte :
$\forall x \forall y\ ((Px \wedge \neg Lxx \wedge ((Py \wedge y \neq x) \rightarrow Lxy)) \rightarrow Ax)$
Mais pas celle-ci :
$\forall x \forall y\ ((Px \wedge \neg Lxx \wedge ((Py \wedge y \neq x) \wedge Lxy)) \rightarrow Ax)$
Qui est équivalente à :
$\forall x\ ((Px \wedge \neg Lxx \wedge \exists y((Py \wedge y \neq x) \wedge Lxy)) \rightarrow Ax)$

c. Quelle que soit la pomme que Léa choisit, elle la mange
$\forall x\ ((Px \wedge Clx) \rightarrow Mlx)$

d. Tout est soit doux soit amer
$\forall x(Dx \vee Ax)$