

Logique des Prédicats

Logique des prédicats : formules atomiques

1. Traduire les phrases suivantes en logique des prédicats, en préservant autant de structure que possible, et en donnant chaque fois la légende.

- (1)
 - a. Marc est plus fort que David.
 - b. Paul a vu Léa et elle ne l'a pas vu.
 - c. Charles est laid, mais pas Marie.
 - d. Hugues est ennuyeux ou agaçant.
 - e. Si Jean est un homme, alors il est mortel.
 - f. Gwendoline est une femme heureuse.
 - g. Marc et Jérémie sont de bons amis.
 - h. Pierre est allé à Toulouse avec Charles sur le vélo neuf de Marie.
 - i. Si Pierre n'a pas eu la nouvelle par Elsa, il l'a eue par Charles.
 - j. Bien que Paul et Virginie s'aiment profondément, ils se rendent l'un l'autre très malheureux.
 - k. Jean est fâché parce que Marie n'est pas venue.

- (2)
 - a. Tout le monde aime Anne.
 - b. Un chat est entré.
 - c. Tout est éphémère.
 - d. Certains politiciens sont honnêtes.
 - e. Personne n'est un politicien et n'est pas ambitieux.
 - f. Il n'est pas vrai que tous les ambitieux sont honnêtes.
 - g. Tous les coiffeurs blonds sont intelligents.
 - h. Tous les éléphants ont une trompe.
 - i. Certains patrons entreprenants sont astygmates.
 - j. Tous les hommes n'aiment pas Marie.
 - k. Il y a une chanson qu'aucun enfant ne chante.
 - l. Certains enfants ne sont pas capricieux.
 - m. Tous les enfants ne sont pas capricieux.
 - n. Pierre n'a pas trouvé toutes les balles.
 - o. Tous les enfants ont trouvé des balles.
 - p. Tous les enfants ont trouvé une balle.

- (3)
 - a. Pierre est un auteur qui a vendu certains livres à succès.
 - b. Anne aime tout le monde.
 - c. Si tous les hommes aiment Marie, alors elle est contente.
 - d. Jean n'a pas donné un seul bonbon à Léa.
 - e. Jean donne quelque chose à Pierre.
 - f. Jean a un chat qu'il gâte.
 - g. Si tous les hommes aiment Marie, alors elle est contente.
 - h. Marie aime tous ceux qui l'aiment.
 - i. Si Jean va à Tahiti et qu'il rencontre quelqu'un, il l'épousera.
 - j. S'il y a un bruit, Alice pleure.

- k. S'il y a un bruit, tout le monde pleure.
 - l. S'il y a un bruit, Alice le cherche.
 - m. Tout le monde s'aime (soi-même).
 - n. Personne n'en veut au monde entier.
 - o. (Celui) qui est en retard doit être puni.
 - p. Un homme qui aime les animaux n'est pas mauvais.
 - q. Tout le monde a réussi à l'examen, sauf ceux qui ne sont pas venus.
- (4)
- a. Un homme qui aime les animaux n'est pas mauvais.
 - b. Si tout le monde l'aime, Marie aime tout le monde.
- (5)
- a. Tous les étudiants lisent un article.
 - b. Tout le monde a donné quelque chose à Pierre.
 - c. Un apariteur viendra ouvrir chaque salle.
- (6)
- a. Tout le monde admire quelqu'un qui admire tout le monde.
 - b. Personne n'admire quelqu'un qui admire toute personne qui admire quelqu'un.
- (7)
- a. Celui qui veut vraiment quelque chose l'obtient.
 - b. Tout homme aime qui l'aime.
 - c. Tous les enfants sont déçus quand un adulte les trompe.
 - d. Un commerçant ne survit que s'il a une clientèle.
 - e. Si Jean va à Tahiti et qu'il rencontre quelqu'un, il l'épousera.

2. Les phrases suivantes sont ambiguës. Expliquer l'ambiguïté, et proposer, *quand c'est possible*, les deux représentations en logique des prédicats que l'on peut associer à ces phrases.

- (8)
- a. J'ai aperçu Marie avec un télescope.
 - b. Le boucher sale la tranche.
 - c. Voler n'est pas bien difficile.
 - d. Léa ne croit pas que Marie mente.
 - e. Jean loue un appartement.
 - f. Tout étudiant lit un article.
 - g. Marie aime les chiens et les chats sauvages.
 - h. Tout le monde n'a pas aimé le film.
 - i. Paul devrait être à New York.

3. Proposer (au moins) une phrase en français qui a les mêmes conditions de vérité que chacune des formules suivantes, où $F(x) = x$ est fermier, $P(x, y) = x$ possède y , $B(x, y) = x$ bat y , $j = \text{Jean}$, $c = \text{Chikita}$, $A(x) = x$ est un âne.

- (9)
- a. $F(j) \rightarrow (P(j, c) \wedge A(c))$
 - b. $\forall x \forall y (F(x) \wedge P(x, y)) \rightarrow B(x, y)$

En décomposant la formule (9-a) en sous-formules (sous forme d'une arbre), calculer la valeur de vérité de la formule si Chikita n'est pas un âne.